HAL
open science

Critical knowledge and positive knowledge: on the importance of negative results.

Giuseppe Longo

To cite this version:

Giuseppe Longo. Critical knowledge and positive knowledge: on the importance of negative results.. Intellectica - La revue de l'Association pour la Recherche sur les sciences de la Cognition (ARCo), 2005, 40 (1). hal-03320094

HAL Id: hal-03320094

https://ens.hal.science/hal-03320094v1

Submitted on 13 Aug 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Intellectica, 2005/1, **40**, pp. 109-113

Savoir critique et savoir positif : l'importance des résultats négatifs

Giuseppe LONGO*

RESUME. L'accès à la connaissance scientifique est une construction d'objectivité qui nécessite aussi l'apport critique de « résultats négatifs », en tant qu'explicitation des bornes des théories et des méthodes courantes. On esquissera le rôle de quelques résultats qui, en mathématiques et en physique, ont ouvert des nouveaux champs du savoir en disant « non : on ne peut pas calculer ceci, décider cela… ». On envisagera enfin des résultats qui limitent le transfert passif des méthodes physico-mathématiques dans les sciences du vivant et de la cognition.

Mots clés : théorème des trois corps, indécidabilité, indétermination.

ABSTRACT. Critical knowledge and positive knowledge: on the importance of negative results. The access to scientific knowledge is a construction of objectivity that needs the critical insight of "negative results". These are the explicit construction of internal limits to current theories and methods. We shall hint to the role of some results that, in Mathematics and in Physics, started new areas for knowledge, by saying "no: we cannot compute this, we cannot decide that…" The idea is that both the sciences of life and cognition need similar results, in order to set limits to the passive transfer of physico-mathematical methods into their autonomous construction of knowledge.

Key words: the Three Body Theorem, undecidability, indetermination.

La réflexion critique, au sujet des théories courantes, est au cœur des constructions scientifiques positives. La très grande technicité de la géométrie des épicycles ptoléméens, par exemple, laissait fortement perplexes nombreux penseurs de la Renaissance, dont Copernic, Kepler et Galilée… : des régulations qui s'ajoutaient à des régulations, avec une extraordinaire technicité mathématique, ne convainquaient point les regards critiques de ces savants révolutionnaires. Et, Bachelard l'a bien vu : la construction de connaissance se base alors, comme pour la pensée grecque, sur une coupure épistémologique, qui opère une séparation avec la pensée précédente.

Mais ce sont les exemples récents qui nous intéressent, où le regard critique est exprimé d'une façon plus ponctuelle, par des « résultats négatifs ». Expliquons nous.

Quand Poincaré travaille aux calculs des astronomes, sur la dynamique des planètes dans leurs champs gravitationnels, il arrive, par voie purement mathématique, à un très grand résultat négatif : la détermination formelle (équationnelle) n'implique pas la prédictibilité mathématique. Une vraie révolution, qui bouleverse une science où l'on attendait, positivement, la grande

* CNRS et Département d'Informatique, École Normale Supérieure, Paris et CREA, École Polytechnique http://www.di.ens.fr/users/longo.

© 2005 Association pour la Recherche Cognitive.

équation de la connaissance du monde, outil de la prédiction scientifique potentiellement complète.

Le résultat négatif (*on ne peut pas prédire, voire calculer* …) est, bien évidemment, important en soi, mais son rôle sera mieux compris dans le temps, quand les *techniques* de la preuve (du Théorème des Trois Corps) feront démarrer un champ nouveau du savoir, la géométrie des systèmes dynamiques, dont les applications ont une grande importance dans la science contemporaine. Ce n'est pas un hasard s'il a fallu plus de 70 ans pour que ces techniques soient développées (à l'exception des travaux d'Hadamard et de quelques grands scientifiques russes isolés, il faudra attendre le théorème KAM et les travaux de Ruelle, dans les années '50 et '70) : un résultat négatif bouleverse les attentes positives et ne dit pas nécessairement dans quelle direction il faut aller. « Les méthodes nouvelles » étaient dans les textes de Poincaré, c'est vrai, mais la négation d'une attente ne s'inscrit pas immédiatement dans la positivité de la science : le retard pris par les applications paraît démontrer qu'il faut d'abord assimiler (philosophiquement) le regard critique et les bornes qu'il impose au savoir existant, pour qu'une nouvelle construction d'objectivité s'ensuive.

En revanche, le regard critique précède le théorème d'incomplétude de Gödel. Son auteur ne croyait pas à l'hypothèse d'Hilbert de complétude et décidabilité des théories formelles suffisamment expressives. Il explore alors une variante syntactique (en Arithmétique) du paradoxe du menteur, démontrablement équivalente à la cohérence de l'Arithmétique : les deux énoncés sont indémontrables, si l'Arithmétique est cohérente. L'impact est aussi énorme. D'une part, l'énoncé du théorème, comme dans le cas de Poincaré, surprend et fascine, de l'autre les techniques de la preuve ouvrent un domaine nouveau : la théorie de la calculabilité. La notion de gödelization, la classe de fonctions récursives, définies dans la preuve, la réflexivité de la métathéorie dans la théorie (arithmétiques) seront au cœur des analyses, à partir des années '30, de la déduction et du calcul effectif. L'équivalence des approches de calcul (et de déductions) formels, les travaux de Church, Turing, Kleene etc… feront naître, à partir des méthodes de la preuve du grand théorème négatif de Gödel (*on ne peut pas décider*…), une nouvelle discipline, qui est en train de changer le monde, l'informatique : pour dire qu'on ne peut pas décider, il a fallu bien préciser ce que veut dire « procédure effective de calcul (et de décision) ».

Dans les deux cas, un théorème, qui dit «non », pose des bornes à une forme de savoir scientifique (la détermination laplacienne, la déduction formelle) et, en même temps, explicite les techniques pour avancer (les méthodes qualitatives ou géométriques) ou pour mieux construire le domaine ainsi délimité (le calcul effectif). Car en fait il y a une différence. Les Méthodes Nouvelles de Poincaré contiennent déjà les germes de la géométrie des systèmes dynamiques, tandis que le théorème de Gödel est « seulement » un théorème (diagonal) d'indécidabilité : il ne dit rien sur la preuve possible de l'énoncé indécidable (en fait, la cohérence de l'Arithmétique). Il faudra attendre Gentzen (epsilon-induction, '36), l'article de Gödel de '58, voire la normalisation à la Girard, '70, pour donner et analyser de près les preuves de cohérence. Les deux théorèmes établissent donc des bornes, mais l'un suggère aussi ce qu'on peut faire «au-delà », l'autre construit, avec rigueur, tout le faisable « en deçà » de ces garde-fous.

Il faudrait citer un autre immense « résultat » négatif en science ; il ne s'agit pas d'un théorème mathématique, mais d'un changement de regard théorique, suite à des expériences physiques. Le résultat consiste en l'interprétation théorique de l'expérience et la proposition d'un bouleversement radical dans la construction de l'objectivité physique. *On ne peut pas déterminer*, en même temps, et avec une précision aussi grande que l'on veut, la position et l'impulsion d'une particule, en microphysique. Planck, Bohr, Heisenberg… imposent un changement de regard qui pose des limites insurmontables à la physique classique : l'atome n'est pas un petit système planétaire, auquel appliquer les méthodes classiques. Le « champ » classique s'arrête là où commence une nouvelle analyse, basée sur l'indétermination essentielle et les corrélations de probabilités au lieu de la causalité classique… pour arriver à la non-localité, non-séparabilité des phénomènes quantiques. Il ne s'agit pas de l'imprédictibilité d'un système déterministe, comme chez Poincaré, ni de l'incomplétude des théories formelles (Gödel), mais de l'indétermination intrinsèque d'un système complet, pour la microphysique.

Dans ce cas, l'approche critique se forme en même temps que l'analyse de l'expérience, mais sans la totale liberté d'une pensée «herméneutique » qui sait tout d'abord poser des limites à la pensée de l'époque, la construction nouvelle ne serait pas pensable ; une construction, au début, avec très peu de mathématiques, par rapport à la physique classique. L'adhésion acritique à la technicité existante en science a son grand prédécesseur dans la splendide géométrie des épicycles planétaires, des volumes entiers, aujourd'hui entièrement oubliés.

Du point de vue mathématique, nous croyons que, en biologie et en cognition, on aurait besoin d'un grand théorème négatif (voire de plusieurs théorèmes) ou d'un tournant théorique comparable à celui de la mécanique quantique. Si l'on veut qu'un nouveau domaine théorique s'établisse, avec, si possible, son autonomie mathématique, comme en dynamique et en physique quantique, mais même pour préciser et affiner les méthodes existantes (comme après Gödel), il faut aussi viser, par un regard critique, les limites de ces méthodes. Quelles sont les fonctions cognitives ou les structures cérébrales (cellulaires) démontrablement insaisissables par les réseaux de neurones formels et la physique statistique ? Quelle borne est à poser aux analyses du vivant en termes de criticité physique (dynamique et thermodynamique) ? Y a-t-il une indétermination intrinsèque, et propre au phénomène du vivant, dans la phylogenèse, comparable, mais différente, de l'indétermination en microphysique (les analyses en termes de dynamiques physiques nous donnent au plus une imprédictibilité déterministe) ? Quel phénomène biologique est non-mesurable, par rapport à n'importe quelle mesure de complexité physique ?

Il est possible que la « résistance » philosophique aux changements de regard que cela demanderait soit encore plus forte que celle qui a eu lieu face aux dynamiques imprédictibles, à l'incomplétude formelle et à l'indétermination quantique : le vivant, c'est nous et nous voulons être dans ce monde (physique), étant monistes. Mais l'unité de la science est un acquis difficile, elle n'est pas donnée en forçant les mêmes méthodes transversalement aux différents savoirs, tout comme on a essayé de transférer le modèle du petit système planétaire, même revu à la Poincaré, à l'atome. Que l'on établisse d'abord le « champ » (causal ?) du vivant, avec les bornes, si possible mathématiques, qui en séparent l'autonomie de regard théorique, pour arriver ensuite

à une nouvelle synthèse, une unification des « champs » qui les changerait probablement tous pour saisir l'unité du monde (notre pari de connaissance).

La résistance peut ne pas être seulement philosophique, mais aussi venir de cette « culture des résultats » (voire de l'*accountability*) qui prétend de plus en plus orienter complètement la science (tout projet doit bien expliciter à l'avance ses techniques et méthodes et bien étaler dans le temps les résultats prévus). La connaissance scientifique avance surtout par « intelligibilité », qu'elle dérive ou non de résultats « positifs » ; la recherche fondamentale peut être seulement jugé (et sévèrement) a posteriori ou par l'intérêt générique de son projet, et elle est fondamentale si elle ne connaît pas a priori tous ses méthodes et résultats. Que l'on ait besoin d'un plus grand investissement de la science dans les applications ne fait pas doute : la recherche orientée, voire industrielle, manque dramatiquement en Europe, mais sûrement pas par excès de recherche fondamentale. Tout en développant la première, il faut garder un vaste espace de pensée parfaitement, absolument indépendant de toute application envisageable. Qu'aurait dit un dirigeant d'entreprise s'il avait demandé de calculer l'évolution de trois corps dans un certain champ physique, face à un résultat négatif, dont les retombées se seraient fait attendre 70 ans ? Et si on avait demandé la détermination exacte de la position et du moment de certaines particules atomiques comme objectif dont on puisse rendre compte (*accountable*) ? Ou si on avait commandité à Gödel la construction d'une machine numérique pour démontrer tous les théorèmes de la combinatoire arithmétique ? Celui qui aurait financé ce genre de travaux, n'aurait certainement pas été content de ces fous de Poincaré, Heisenberg, Gödel… : que raconter aux actionnaires l'année suivante ? La faillite totale d'un projet de calcul ?

Dans certains cas, le préjugé philosophique est tel qu'il existe encore aujourd'hui des financements pour la démonstration automatique, identification moderne du raisonnement au calcul (des financements en forte baisse, par rapport aux fastes de l'Intelligence Artificielle classique d'il y a 20 ou 30 ans, et, fort heureusement, souvent détournés vers le "*proof-assistance*" et "*proof-checking*", des disciplines formidables, qui travaillent dans les limites gödeliennes et, surtout, celles concrètes, qui leur succèdent). Aujourd'hui plus que jamais, pour obtenir des financements, il vaut mieux proposer un modèle computationnel de n'importe quoi, en particulier en biologie et en cognition, si possible par des techniques bien établies, indépendantes de la discipline visée : proposer de calculer, décider, déterminer est certainement au cœur de la science et, fort justement, très apprécié. Mais on fera mieux, l'histoire l'enseigne, si, en parallèle, on sait construire un regard critique, avec ses résultats négatifs et les démarcations qui créent des nouveaux champs, et que l'on développe une herméneutique de la connaissance scientifique (comme en Physique Quantique).

Un monisme ontologique n'implique pas un monisme des méthodes, mais une unité scientifique à construire. Tout comme à l'intérieur de la physique, on peut viser à l'unification, une fois explicitées les bornes relatives, une fois différenciées les théories (même la Relativité a démarré par une différenciation de la géométrie de l'espace sensible de celle de l'astrophysique : la géométrie riemannienne n'est pas fermée par homothéties – *on ne peut pas transférer* une propriété euclidienne aux espaces lointains).

Il faut donc souligner le rôle d'une pensée critique qui ne vise pas nécessairement un résultat énoncé en amont et positif (calculer ceci, calculer cela…), voire un résultat donné par des méthodes explicitées à l'avance (pour que le projet soit "*accountable*") ; et il faut garder un espace intangible à une science qui puisse produire aussi des « non-résultats » (des résultats qui disent : désolé, mais on *ne peut pas* calculer, décider, déterminer… transférer telle méthode, tel théorème). Ces résultats sont toujours d'une immense difficulté technique – et originalité, mais même une idée controversée peut être plus intéressante qu'un calcul héroïque – et prévu. L'accountability nous oblige à la "science normale" dirait Kuhn, riche, *parfois*, en applications immédiates ; mais dans les sciences du vivant et de la cognition, encore plus qu'ailleurs, nous avons besoin d'un nouveau regard théorique, voire mathématique, qui soit propre à la biologie, un siècle et demi après la théorie de l'évolution, qui fut à son époque un regard révolutionnaire sur le vivant, la seule théorie vraiment développée à l'intérieur de la biologie et comparable aux grandes théories physiques (relativistes, dynamiques, quantiques). L'explicitation des bornes relatives des autres savoirs, physiques et mathématiques, qui prétendent se transférer sur le vivant et ses activités cognitives, pourrait aider à le proposer, en disant des « non » et en aidant par cela à établir des coupures épistémologiques.

QUELQUES REFERENCES TELECHARGEABLES
(http://www.di.ens.fr/users/longo)

Bailly, F., Longo, G. (2004). Incomplétude et incertitude en Mathématiques et en Physique. In Il pensiero filosofico di Giulio Preti, (Parrini, Scarantino eds.), Guerrini ed associati, Milano, 2004 (à paraître aussi aux Actes du colloque en mémoire de Gilles Châtelet, Presses de Rue d'Ulm, 2005).

Longo, G. (2002a). Laplace, Turing and the "imitation game" impossible geometry: randomness, determinism and programs in Turing's test. Invited Lecture, Conference on Cognition,Meaning and Complexity, Roma, June 2002. (version française : *Intellectica*, 35, 2002/2, suivie par : Réponse aux commentaires).

Longo, G. (2002b). On the proofs of some formally unprovable propositions and Prototype Proofs in Type Theory. Invited Lecture, Types for Proofs and Programs, Durham, (GB), Dec. 2000; Lecture Notes in Computer Science, vol 2277 (Callaghan et al. eds), pp. 160-180, Springer.

Longo, G., Tendero, P.-E. (2005). L'alphabet, la Machine et l'ADN : l'incomplétude causale de la théorie de la programmation en biologie moléculaire. Conférence invitée. Colloque Le Logique et le Biologique, Paris, Sorbonne, avril 2005.